

إعداد: عبد المطلب

الاحتمالات [II]

Probabilités

بوزريعة: رجب 1443 هـ

تمرين 1

لدينا خمس كرات سوداء مرقمة كما يلي: 1، 2، 3، 4، 5 وأربع كرات بيضاء مرقمة كما يلي: 6، 7، 8، 9.

1- نضع كل هذه الكرات في كيس واحد ونسحب عشوائياً كرتين في آن واحد من هذا الكيس. احسب احتمال سحب: A: كرتين تحملان رقمين فرديين.

B: كرتين تحملان رقمين من مضاعفات 3.

C: كرتين تحملان رقمين فرديين ومن مضاعفات 3.

2- نسحب الآن كرتين تحملان رقمين فرديين. ما احتمال أن تحمل هاتين الكرتين رقمين من مضاعفات 3؟

3- نضع الآن الكرات السوداء في كيس والكرات البيضاء في كيس آخر. نسحب عشوائياً كرة واحدة من كل كيس. احسب احتمال أن يكون مجموع ترقيم الكرتين المسحوبتين يساوي 9.

$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{18}$
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

تمرين 2

لتكن A و B حادثتين بحيث: $P(A)=0,3$ ، $P(B)=0,8$ و $P(A \cap B)=0,2$. اختر الجواب الصحيح مما يلي:

		a	b	c
1	$P(\bar{A})$	0,8	0,2	0,7
2	$P(\bar{B})$	0,5	0,2	0,7
3	$P(A \cup B)$	0,9	0,25	0,8
4	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	0,2	0,1	0,9
5	$P_B(A)$	0,5	0,3	0,25
6	$P_A(B)$	0,9	$\frac{2}{3}$	0,25
7	$P_{\bar{B}}(\bar{A})$	0,5	0,3	0,8
8	$P_{\bar{A}}(\bar{B})$	0,2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
9	$P_{A \cup B}(A)$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{2}{9}$

b6	a7	a3	c1	c5	b2	b8	b4	a9
----	----	----	----	----	----	----	----	----

تمرين 3

في ثانوية ما، 40% من الطلبة يمارسون رياضة كرة القدم (الحادث A)، 25% يمارسون السباحة (الحادث B) و 15% يمارسون الرياضتين معاً. نختار عشوائياً طالبا واحداً.

1- احسب احتمال أن لا يمارس رياضة كرة القدم.

2- احسب احتمال أن يمارس رياضة كرة القدم أو السباحة.

3- احسب احتمال أن لا يمارس هذا الطالب أية رياضة.

4- ما احتمال أن يمارس كرة القدم ولا يمارس السباحة؟

5- ما احتمال أن يمارس السباحة إذا علمت أنه يمارس كرة القدم؟

0,375	0,25	0,50	0,50	0,60
-------	------	------	------	------

تمرين 4

المراقبة التقنية للسيارات في مدينة ما، بينت أن 10% من السيارات لها عطب في المكابح (الحادث A)، 20% لها عطب في الإضاءة (الحادث B) و 5% لها عطب في المكابح والإضاءة. نختار عشوائياً سيارة واحدة.

1- احسب احتمال أن تكون السيارة لها عطب واحد على الأقل (عطب في المكابح أو الإضاءة).

2- احسب احتمال أن تكون السيارة في حالة جيدة.

3- احسب احتمال أن تكون السيارة لها عطب واحد فقط.

4- إذا كانت الإضاءة جيدة. ما احتمال أن يكون عطب في المكابح؟

0,0625	0,2	0,75	0,25
--------	-----	------	------

تمرين 5

يحتوي كيس على 12 كرة مرقمة بالرقم 1 (8 سوداء و 4 بيضاء) و 9 كرات مرقمة بالرقم 2 (6 سوداء ، 2 بيضاء و 1 خضراء). نسحب عشوائياً كرة واحدة من هذا الكيس.

نسمي الحادثة A: الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2. الحادثة B: الكرة المسحوبة سوداء. الحادثة C: الكرة المسحوبة بيضاء.

1- هل A و B مستقلتان؟ هل A و C مستقلتان؟ علّل.

2- احسب احتمال سحب كرة سوداء علماً أنها تحمل الرقم 2.

3- نسحب كرتين على التوالي دون إرجاع. X المتغير العشوائي الذي يرقى بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة. احسب $E(X)$.

$P(A \cap C) = \frac{2}{21}$	$P(A \cap B) = \frac{2}{7}$	$P(C) = \frac{2}{7}$	$P(B) = \frac{2}{3}$	$P(A) = \frac{3}{7}$
$\frac{4}{7}$	$P_A(B) = P(B) = \frac{2}{3}$	$P(A \cap C) \neq P(A) \times P(C)$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	

تمرين 6

صندوق يحتوي على 5 كرات بيضاء، 4 سوداء و 1 خضراء. نسحب على التوالي بدون إرجاع كرتين من هذا الصندوق.

للإجابة عن الأسئلة يمكن استعمال الشجرة أو طريقة أخرى.

1- احسب احتمال سحب كرة بيضاء في السحب الثاني.

2- احسب احتمال سحب كرة واحدة سوداء.

3- نسحب الآن على التوالي مع الإرجاع كرتين من هذا الصندوق. احسب احتمال سحب كرتين من نفس اللون.

$\frac{21}{50}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$
-----------------	----------------	---------------

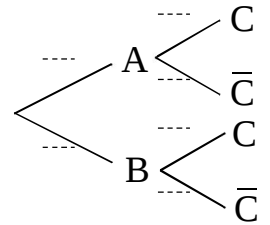
تمرين 7

أخذنا عينة مكونة من 50 طالبا. 60% منهم من القسم A و 40% من القسم B. 10% من القسم A معيدو السنة و 20% من القسم B معيدو السنة. نختار عشوائيا طالبا واحدا.

نعتبر الحادثة A: الطالب من القسم A، الحادثة B: الطالب من القسم B، والحادثة C: الطالب مُعيد للسنة.

1- أنقل ثم أكمل كلا من شجرة الاحتمالات والجدول أسفله:

المجموع	$\bar{C}$	C	
....			A
....			B
50			المجموع



2- ما احتمال أن يكون الطالب المختار من القسم A ومُعيد؟

3- ما احتمال أن يكون الطالب المختار من القسم B ومُعيد؟

4- احسب احتمال أن يكون الطالب مُعيدا للسنة.

5- إذا علمت أنه مُعيد للسنة، فما احتمال أن يكون من القسم B؟

0,57	0,14	0,08	0,06
------	------	------	------

تمرين 8

كيس U_1 يحتوي على 6 كرات بيضاء وكرتين سوداوين. كيس U_2 يحتوي على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء. نرمي نردا مكعبا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6. إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقما مضاعفا للعدد 3 نختار الكيس U_1 ونسحب منه كرة واحدة، وإذا ظهر غير ذلك نختار U_2 ونسحب منه كرة واحدة.

1- أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

2- احسب احتمال سحب كرة بيضاء.

3- إذا سحبنا كرة بيضاء. ما احتمال أن تكون من U_1 ؟

$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$
---------------	---------------

تمرين 9

صندوق U_1 يحتوي على ثلاث كرات مرقمة بـ 1، 1 و 2. صندوق U_2 يحتوي على أربع كرات مرقمة بـ 1، 1، 2 و 3. نختار عشوائيا صندوقا ونسحب منه بلا اختيار كرة واحدة.

لتكن الحادثة A: سحب كرة تحمل الرقم 1، الحادثة B: سحب كرة تحمل الرقم 2، والحادثة C: سحب كرة تحمل الرقم 3.

1- أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

2- احسب $p(A)$ احتمال سحب كرة تحمل الرقم 1.

3- احسب $p_B(U_2)$ احتمال السحب من U_2 علما أنها مرقمة بـ 2.

4- نضع كل الكرات في صندوق واحد ثم نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب، مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين. احسب $E(X)$.

$\frac{22}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{12}$
----------------	---------------	----------------

تمرين 10

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ثلاث مرات.

1- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد مرات ظهور الوجه (f). احسب $E(X)$ ، واستنتج $E(2X-1)$.

2- ما هو احتمال ظهور الوجه (f) ثلاث مرات إذا علمت أنه قد ظهر الوجه (f) مرة واحدة على الأقل؟

3- نرمي الآن قطعة نقدية مزيفة. إذا ظهر الوجه، فإن احتمال ظهوره في الرمية التالية هو 0,7. وإذا ظهر الظهر، فإن احتمال ظهوره في الرمية التالية هو 0,5.

n عدد طبيعي. ليكن الحدث A_n : ظهور الوجه في الرمية n . وليكن p_n : احتمال الحادثة A_n . وليكن $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,5$. أكمل شجرة الاحتمالات، واستنتج أن $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,5$.

$\frac{1}{7}$	2	$\frac{3}{2}$	$P(X=3)=\frac{1}{8}$	$P(X=2)=\frac{3}{8}$	$P(X=1)=\frac{3}{8}$	$P(X=0)=\frac{1}{8}$
---------------	---	---------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

تمرين 11

صندوق U_1 يحتوي على 3 كرات حمراء و 5 خضراء.

صندوق U_2 يحتوي على 4 كرات حمراء و 1 خضراء.

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1 ونضعها في U_2 ، ثم نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

1- أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

2- احسب احتمال سحب كرتين خضراوين من U_2 .

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من الصندوق U_2 عدد الكرات الحمراء المسحوبة. احسب $E(X)$.

صندوقان U_1 و U_2 يحتوي كلا منهما على 6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب على التوالي بدون إرجاع كرتين من U_1 ونضعهما في U_2 ، ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .

1- أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

2- بين أن احتمال سحب كرة بيضاء من U_2 هو 0,6.

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من U_2 عدد الكرات السوداء المتبقية فيه. احسب $E(X)$.

صندوقان U_1 و U_2 يحتوي كلا منهما على 6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب على التوالي بدون إرجاع كرتين من U_1 ونضعهما في U_2 ، ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .

1- أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

2- بين أن احتمال سحب كرة بيضاء من U_2 هو 0,6.

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من U_2 عدد الكرات السوداء المتبقية فيه. احسب $E(X)$.

صندوقان U_1 و U_2 يحتوي كلا منهما على 6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب على التوالي بدون إرجاع كرتين من U_1 ونضعهما في U_2 ، ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .

$\frac{22}{5}$	$P(X=6)=\frac{1}{15}$	$P(X=5)=\frac{17}{45}$	$P(X=4)=\frac{4}{9}$	$P(X=3)=\frac{1}{9}$
----------------	-----------------------	------------------------	----------------------	----------------------